



3 Differentialrechnung

3.1 Ableitungen

Bestimmt die Ableitungsfunktionen und fasst so weit wie möglich zusammen. Benennt die Regeln, die ihr zum Differenzieren verwendet habt.

a) $f(x) = 2x^4 + 3\sin x$	b) $f(x) = \sqrt{x} \cdot (1 + \cos x)$	c) $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2}$
d) $f(x) = \frac{1}{2x^3}$	e) $s(t) = \frac{3}{4}t^{\frac{2}{3}} - 3v_0t$	f) $f(x) = \sqrt{x+1}$
g) $f(x) = -4x^3 + 0,5x - \pi$	h) $f(x) = ex^5 + (x^2 + 2x)^4$	i) $f(x) = \frac{1+3x}{1-2x}$
j) $k(s) = \frac{2}{as^2}$	k) $f(u) = 4\sqrt{x^3 + 5x^2}$	l) $g(t) = \sin \frac{1}{t}$
m) $g(a) = a^2 + \sqrt{2a} - 4$	n) $f(r) = -5\left(\frac{2}{3} - 4r\right)^5$	o) $f(x) = \sqrt[5]{x^7} + \sqrt{\frac{1}{x}} \cdot (x+1)$
p) $f(x) = \frac{1}{6}x^6 - x^2 - \sqrt{2}$	q) $f(x) = \frac{8}{x^2 + 2}$	
r) $f(z) = -\cos(2z + \pi)$	s) $f(x) = (x-3)^5 + \sqrt{2}x - \frac{4}{5}$	

3.2 Kurvendiskussion einer Funktion ohne Parameter

Führe eine vollständige Kurvendiskussion (Definitionsbereich, Symmetrie, Randverhalten, Nullstellen, Extrempunkte, Wendepunkte, alle Wendetangenten, Wertebereich) der folgenden Funktion durch und zeichne den Graphen:

$$f(x) = \frac{(x-1)^3 \cdot (3x+5)}{12}$$

3.3 Kurvendiskussion einer Funktion mit Parameter (Kurvenschar)

Gegeben ist die Funktion f_t für $t \in \mathbb{R}$ durch $f_t(x) = \frac{1}{4t^2} \cdot (x^4 - 6t^2x^2 + 9t^4)$

K_t sei das Schaubild der Funktion f_t .

- Bestimme die Schnittpunkte mit der x-Achse, Extrem- und Wendepunkte in Abhängigkeit von t . Zeichne das Schaubild von K_1 , K_2 und K_3 für $-5 \leq x \leq 5$.
- Gib die Gleichung der Ortskurve aller Wendepunkte an.
- Die Tangente im Wendepunkt $W_1(t/f_t(t))$ schneidet das Schaubild K_t in einem weiteren Punkt S_t . Berechne dessen Koordinaten.
- $P(u/f_2(u))$ sei ein Kurvenpunkt auf dem Schaubild von K_2 zwischen dem Hochpunkt und dem rechten Tiefpunkt. Q sei das Spiegelbild von P an der y-Achse, O ist der Koordinatenursprung. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks OPQ in Abhängigkeit von u . Für welchen Wert von u wird der Flächeninhalt maximal?